

物 理

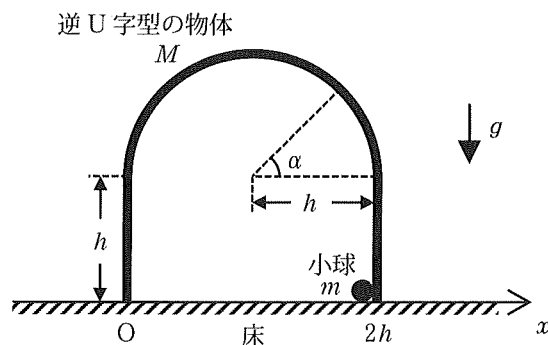
1. 以下の文章中の〔ア〕～〔ケ〕に適切な式を記入しなさい。

図のように、質量 M の逆 U 字型の物体が水平な床の上に置かれている。この物体は、鉛直に立つ高さ h の 2 枚の平板と、その上に接続された半径 h の半円筒からなっている。図は真横から見た物体の断面、つまり平板と床に垂直な断面を示している。この物体は、密度が一般的な材質でできており、その厚さは無視できる。断面内における物体の左端を原点として、水平右向きを正とするように床上に x 軸をとる。また、質量 m の小球が、物体の内壁の右端 $x = 2h$ の位置に置かれている。小球は断面内でのみ運動し、小球と物体の内壁との間に生じる摩擦は無視できる。鉛直下向きの重力加速度の大きさを g とする。

(1) 逆 U 字型の物体を床に固定し、上下左右に運動できない状況を考える。小球を内壁の右端の床面から鉛直上向きに打ち上げたところ、小球は高さ h まで到達し、物体の半円筒の領域には入らず、そのまま鉛直下向きに落下した。打ち上げてから床に戻るまでの時間は、 g と h を用いると〔ア〕と書ける。次に、より大きな初速度で小球を打ち上げたところ、小球は物体の内壁に沿って半円筒の領域に入り、図中の角度 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) の位置でも内壁に沿って運動していた。初速度を v_0 とすると、角度 α の位置での小球の速度の大きさは〔イ〕となる。また、この位置で小球が内壁から受ける垂直抗力は〔ウ〕と書ける。

(2) 次に、逆 U 字型の物体を床に固定せずに、床の上でなめらかに動ける状態にした。小球を内壁の右端の床面から大きさ v_0 の初速度で鉛直上向きに打ち上げると、小球は物体の内壁に沿って半円筒の領域に入り、物体は小球から力を受けて水平方向に床を離れずに運動した。水平方向には外力がはたらいっていないことから、角度 α の位置における小球の速度の大きさを v_α とすると、逆 U 字型の物体の速度は、 m , M , α , v_α を用いて〔エ〕と書ける。さらに、力学的エネルギー保存の法則から、小球の速度の大きさ v_α は、 m , M , g , h , α , v_0 を用いて $v_\alpha =$ 〔オ〕と書ける。 v_0 が十分に大きいとき、小球は内壁に沿って運動し、物体の左端の位置で床に衝突した。衝突後、小球は高さ h まで上昇し、再び落下した。このことから、床と小球の間の反発係数は〔カ〕である。また、物体と小球の水平方向の重心の位置は常に変わらないことから、小球は $x =$ 〔キ〕の位置で床に衝突することがわかる。

(3) 次に、逆 U 字型の物体を、 x 軸の負の方向に大きさ g の等加速度で動かす場合を考える。ここで、 g は重力加速度の大きさと同じである。物体とともに動く座標系で、小球を内壁の右端の床面から大きさ v_0 の初速度で鉛直上向きに打ち上げた。この座標系で見ると、大きさが〔ク〕の見かけの重力加速度が右下斜め 45° 方向に生じているとみなすことができる。小球は物体の内壁に沿って運動し、 $\alpha = 90^\circ$ の位置で内壁を離れた。このとき、見かけの重力加速度を使った力学的エネルギー保存の法則と、小球が内壁からうける垂直抗力が 0 になることを用いると、 v_0 は、 g , h を用いて $v_0 =$ 〔ケ〕と書ける。



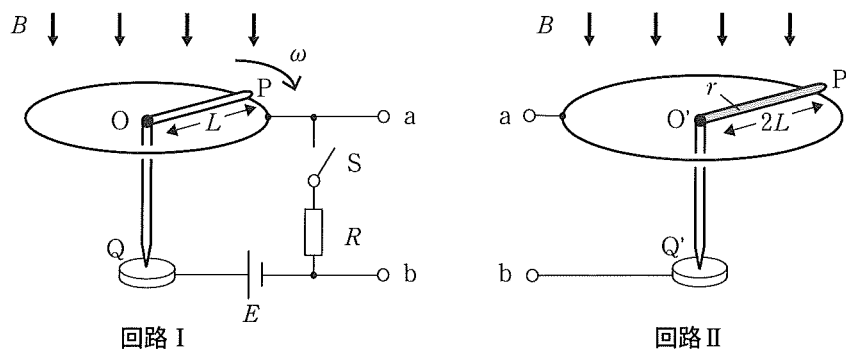
2. 以下の文章中の (ア) ～ (ク) に適切な式を記入しなさい。ただし、(カ) には { } の中の正しい記述の番号 (① ～ ⑤ のいずれか 1 つ) を選んで記入しなさい。

図のように、導体棒 OP が組み込まれた回路 I がある。導体棒 OP は、長さ L で抵抗が無視でき、OQ を軸にして、水平面内におかれた半径 L の円状導線に接触しながらなめらかに回転できる。回路 I は、内部抵抗が無視できる起電力 E の電池、抵抗値 R の抵抗、スイッチ S を含み、端子 a, b には回路 II を接続することができる。回路 II には、長さ $2L$ で抵抗値 r の抵抗を持つ導体棒 O'P' が組み込まれており、導体棒 O'P' は、水平面内におかれた半径 $2L$ の円状導線に接触しながらなめらかに回転できる。回転軸 OQ, O'Q' の向きは常に鉛直方向に固定され、点 Q, Q' では回転に伴う摩擦は生じない。抵抗値 R の抵抗と、導体棒 O'P' 以外の部分では、抵抗は無視できる。また、2つの円状導線内には鉛直下向きに一樣な磁界をかけることができる。ただし、以下では電流が作る磁界は無視する。

(1) 回路 I において、端子 a, b には何も接続せず、磁界を加えない状態でスイッチ S を閉じた。回路 I には一定の電流が流れ、単位時間あたり (ア) のジュール熱が発生した。次に、導体棒 OP を固定し、鉛直下向きに磁束密度 B の一樣な磁界を加えた。このとき、導体棒 OP には磁界から (イ) の大きさの力がはたらいている。

(2) 回路 I において、スイッチ S を開き、鉛直下向きに磁束密度 B の一樣な磁界を加えた。さらに、外部の力で導体棒 OP を、図中の矢印のように上方から見て時計回りに角速度 ω で回転させた。導体棒 OP 内部で O から P の方向へ距離 d だけ離れた場所にある電子は、その電気量を $-q$ ($q > 0$) とすると、O から P の向きに磁界から (ウ) の力を受ける。導体棒 OP が単位時間あたりに磁界を横切る面積は $\frac{1}{2} \omega L^2$ なので、O に対して P に生じる誘導起電力は、(エ) となる。次に、スイッチ S を閉じ、十分に時間が経つと、回路には一定の電流が流れるようになった。導体棒 OP を動かす単位時間あたりの仕事は、回路に発生するジュール熱と電池がする仕事を考慮すると、(オ) となる。

(3) 回路 I において、スイッチ S を閉じ、磁束密度 B の一樣な磁界を鉛直下向きに加えた。導体棒 OP を上方から見て時計回りに角速度 ω で回転させると、一定電流が回路 I に流れ、単位時間あたり J のジュール熱が発生した。次に、導体棒 O'P' を固定しながら、回路 I の端子 a, b に回路 II の端子 a, b をそれぞれ接続した。回路 II にも磁束密度 B の一樣な磁界を鉛直下向きに加えると、導体棒 O'P' は磁界によって、(カ) { ① O' から P' の向き, ② P' から O' の向き, ③ 上方から見て時計回りの向き, ④ 上方から見て反時計回りの向き, ⑤ 鉛直下向き } の方向に力をうける。十分に時間が経ったとき、回路全体で発生する単位時間あたりのジュール熱は、 J の (キ) 倍であった。その後、スイッチ S を開き、導体棒 O'P' を固定するのをやめ、自由に回転できるようにした。十分に時間が経つと、導体棒 O'P' は、導体棒 OP と同じ角速度 ω で回転していた。このとき、磁界から導体棒 O'P' が受ける力がなくなることから、角速度 ω は (ク) であることがわかる。



3. 以下の文章中の (ア) ～ (ク) に適切な式を記入しなさい。

図のように、水平に固定された体積 V_0 の容器 A と、ピストン付きの容器 B がコック付の細管でつながっている。ピストンはなめらかに動くことができ、細管は十分に細長く体積は無視できる。全部で 1 mol の単原子分子理想気体を容器 A, B 全体に閉じ込める。容器、細管、ピストン、コックは断熱材でできている。容器 A, B 内への熱の出入りを加熱冷却器によって調節し、容器 A 内の気体温度を T_0 に常に保ち、容器 B 内の気体温度を変化させる。外気圧は P_0 に保たれている。加熱冷却器の体積と熱容量は無視できる。気体定数を R とする。

(1) 図 1 のように、コックを開いた状態で各容器内の気体温度を T_0 に保つと、容器 B の体積が V_0 でピストンが静止した。このとき、容器 A, B 内には、それぞれ $\frac{1}{2}$ mol の気体が存在する。容器内の気体圧力は外気圧 P_0 と等しく、 R, V_0, T_0 を用いて $P_0 =$ (ア) と書ける。容器 B 内の気体の内部エネルギー U は、 R, T_0 を用いて $U =$ (イ) と書ける。

(2) 次に、図 2 のように、コックを閉じ、容器 A, B 間の気体と熱の移動を遮断した。容器 B 内の気体をゆっくり加熱して熱量 Q を与えると、ピストンが動いて容器 B の体積が V_0 から V_1 に増加した。容器 B 内の気体温度は T_0 から T_1 に上昇したが、気体圧力は P_0 のままであった。熱力学の第一法則と状態方程式より Q, R を用いて $T_1 - T_0 =$ (ウ), Q, P_0 を用いて $V_1 - V_0 =$ (エ) と書ける。

(3) 図 3 のように、コックを開き、壁に固定されたばね (ばね定数 K) をピストンに水平に接続した場合を考える。ピストンの断面積は S である。最初、ばねの長さは自然長であり、容器 A, B どちらも体積は V_0 、気体圧力は P_0 、気体温度は T_0 であった。この状況で容器 B 内の気体のみゆっくり加熱する。細管は十分に細長いので、容器 A, B 内の気体温度は別々に保たれ、圧力は等しくつりあう。加熱後、ピストンが移動してばねの長さは L 縮んだので、容器 B の体積は V_0 から $V_2 = V_0 + SL$ に増加し、気体温度は T_0 から T_2 に上昇した。このとき、容器 A 内の気体温度は加熱冷却器により T_0 に保たれた。容器 A, B 内の気体圧力 P は、 P_0, K, S, L を用いて $P =$ (オ) である。気体が外部にする仕事 W は、気体がばねに対して行う仕事と、外気に対して行う仕事に分けられるので、 P_0, K, S, L を用いて $W =$ (カ) と書ける。また、容器 B 内の気体温度 T_2 は、 P, R, T_0, V_0, V_2 を用いて $T_2 =$ (キ) と書ける。この加熱の前後で、容器 A, B 内の気体の内部エネルギーの変化は、 V_0, V_2, R, T_0, T_2 を用いて (ク) と書ける。

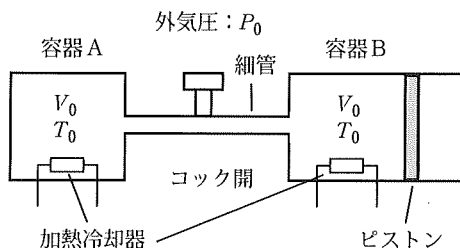


図 1

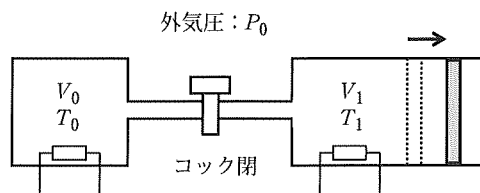


図 2

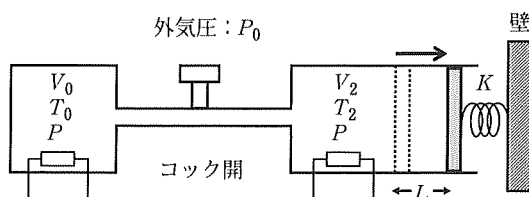


図 3